# *Zentralübung zur Informatik I*

Dr. Markus Schneider
Technische Universität München

Wintersemester 2000/2001
27.November 2000

# *Überblick*

- Allgemeines
- Backus Naur Form
  - Wiederholung: Arithmetische Ausdrücke
  - Beispiel einer Ableitung
- Modellierung von Aussagen
  - Wiederholung: Grundlagen und einfache Aussagen
  - Implikation
  - komplexes Beispiel

# *Allgemeines*

- Programmieraufgaben:
  - Es ist für ein Bestehen der Klausur von großer Wichtigkeit, insbesondere die Programmieraufgaben regelmäßig zu lösen und dem Tutor zu senden!
  - Senden Sie eine Lösung auch dann ein, wenn Sie von deren Richtigkeit nicht völlig überzeugt sind.(Aus Fehlern lernen Sie am besten!)
- Vorlesung und Übungen:
  - Arbeiten Sie möglichst bald, spätestens jedoch nach der entsprechenden Tutorübung, die Vorlesungskapitel, die in der Übung thematisiert werden, nach!

# *Erweiterte Backus Naur Form*

- Die Backus Naur Form ist eine spezielle Notation zur Formulierung der Regeln P von Chomsky-Grammatiken $G_A$=(T, N, P, Z). Hierbei sind
  - T: Terminale ( Beispiel: Tastaturzeichen)
  - N: Nonterminale ( Beispiel: Term, Satz, etc. in den Beispielen der Vorlesung
  - P: Die Regeln
  - Z: Das Axiom; das Axiom ist stets der Ausgangspunkt einer Ableitung

- Notationsregeln zur Formulierung von Produktionen in EBNF:
  - Anstatt des → schreibt man in einer Produktion **::=**
  - Nonterminale werden in spitzen Klammern geschrieben. Beispiel: <Term>, <Satz>
  - [...] bezeichnet optionale Teile
  - (...) umschließt eine Gruppe von Zeichen
  - | trennt Alternativen
  - * nach einem Zeichen oder einer Gruppe bezeichnet eine optionale oder n-fache Wiederholung des Zeichens oder der Gruppe
  - + nach einem Zeichen oder einer Gruppe bezeichnet die n-fache Wiederholung des Zeichens oder der Gruppe
  - Terminale werden in einfache Anführungszeichen gesetzt. Beispiel: \`1´

# *Anwendung: Grammatik korrekt geklammerter Potenzen ganzer Zahlen*

- Vorlesung: EBNF ganzer Zahlen
  - <Zahl>        = ( [-] <pziffer> <ziffer>*) | `0´
  - <ziffer>      = ´0´  | <pziffer>
  - <pziffer>    =  ´1´ | ´2´ | ´3´ | ´4´ | ´5´ | ´6´ | ´7´ |  ´8´ | ´9´
- Beispiele: 2^2, (2^34)^3, 2^(34^3), (-4)^(-3)
  - Erster Versuch:          <Potenz> ::= <Zahl> ´^´ <Zahl>
  - Zweiter Versuch        <Potenz> ::= ´( ´<Potenz> ´)´ ´^´ ´( ´<Potenz> ´)´<br>| <Zahl>
- Beispiel einer Ableitung: ((-7)^((3)^(5)))^(2)
  - <Potenz> ⇒ ( <Potenz> )^<Zahl> ⇒ ( <Potenz> )^<pziffer> ⇒
  - (<Potenz> )^(2) ⇒ ((<Potenz>)^(<Potenz>) )^(2) ⇒
  - ((<Zahl>)^((<Potenz>)^(<Potenz>)))^(2) ⇒
  - ((-<pziffer>)^((<Zahl>)^(<Zahl>)))^(2) ⇒
  - ((-7)^((<pziffer>)^(<pziffer>)))^(2) ⇒ ((-7)^((3)^(5)))^(2)

# *Boolesche Algebra*

- Eine Struktur K = ($\mathbb{B}$, Σ, Q) mit
  - der Trägermenge $\mathbb{B}$ = {L, O}
  - der Signatur Σ = {False, True, ¬, ∧, ∨, ⇔, ⇒}
  - den Gesetzen Q :

| *Name* | *Gesetz* | *Duales Gesetz* |
|---|---|---|
| Komplementarität | True= (x ∨ ¬ x ) | False = (x ∧ ¬ x ) |
| | True= ¬ False | False = ¬ True |
| Involutionsgesetz | ¬ ¬ x = x | |
| Kommutativgesetz | x ∧ y = y ∧ x | x ∨ y = y ∨ x |
| Assoziativgesetz | (x ∧ y) ∧ z = x ∧ (y ∧ z) | (x ∨ y) ∨ z = x ∨ (y ∨ z) |
| Idempotenzgesetz | x ∧ x = x | x ∨ x = x |
| Neutralitätsgesetz | x ∧ (y ∨ ¬ y ) = x | x ∨ (y ∧ ¬ y ) = x |
| Absorptionsgesetz | x ∧ (x ∨ y) = x | x ∨ (x ∧ y) = x |
| Distributivgesetz | x ∧ (y ∨ z) = (x ∧ y)∨(x ∧ z) | x ∨ (y ∧ z) = (x ∨ y) ∧ (x ∨ z) |
| De Morgan´s Gesetz | ¬ (x ∧ y) = ¬ x ∨ ¬ y | ¬ (x ∨ y) = ¬ x ∧ ¬ y |

# *Beziehungen zwischen Ausdrücken der Umgangssprache und Booleschen Operationen*

- Beispiel:
  - Aussage A: Es fließt elektrischer Strom.
  - Aussage B: Die Leitung erwärmt sich.

| *Umgangssprache* | *Boolesche Formel* |
|---|---|
| A und B | $A \wedge B$ |
| A oder B | $A \vee B$ |
| weder A noch B | $\neg A \wedge \neg B$ |
| sowohl A, als auch B | $A \wedge B$ |
| wenn A, dann B | $A \Rightarrow B \;=\; \neg A \vee B$ |
| Genau dann A, wenn B | $(A \Leftrightarrow B) = (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$ |
| entweder A, oder B | $(A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B)$ |

# *Problemfall: Implikation*

- Wahrheitstabelle:

| ***A*** | ***B*** | $\boldsymbol{A \Rightarrow B}$ |
|---|---|---|
| L | L | L |
| L | O | O |
| O | L | L |
| O | O | L |

- Beispiel: Wenn elektrischer Strom fließt, erwärmt sich die Leitung
  - A: Es fließt elektrischer Strom
  - B: Die Leitung erwärmt sich
- Problem: A ist **falsch** , B ist **wahr** ergibt, die Implikation ist **wahr.**
  - Es fließt kein elektrischer Strom, aber der Leiter wird wärmer (etwa durch eine externe Heizung)
  - Die Implikation ist nicht widerlegt, denn im Beispiel wird nichts darüber ausgesagt, was passiert, wenn kein Strom fließt
  - Man kann also nicht sagen, die Implikation sei falsch
  - Wegen **Tertium Non Datur** folgt: Die Implikation muß **wahr** sein

# *Komplexes Beispiel zur Aussagenlogik*

- Am 11. November wurde im Radio folgende Wettervorhersage gesendet:
  - Wenn es morgen nicht regnet, wird es entweder kalt oder nicht stürmisch sein.
  - Ist es morgen aber kalt, dann wird es regnen und die Luftfeuchtigkeit hoch sein.
  - Wenn es entweder stürmisch ist oder nicht regnet, dann wird es kalt sein.
  - Falls es morgen regnet, so ist mit hoher Luftfeuchtigkeit zu rechnen.
  - Wenn es morgen nicht stürmisch ist, dann wird die Luftfeuchtigkeit nicht hoch sein.
- Ziel: Vereinfachung der fünf Aussagen
- Zerlegung in Teilaussagen:

  R: Es wird regnen

  K: Es wird kalt sein

  S: Es wird stürmisch sein

  L: Die Luftfeuchtigkeit wird hoch sein

- Formalisierung der fünf Aussagen
  - $\neg R \Rightarrow (K \wedge \neg \neg S) \vee (\neg K \wedge \neg S) \Leftrightarrow R \vee (K \wedge S) \vee (\neg K \wedge \neg S)$
  - $K \Rightarrow R \wedge L \Leftrightarrow \neg K \vee R \wedge L$
  - $(S \wedge \neg \neg R) \vee (\neg S \wedge \neg R) \Rightarrow K \Leftrightarrow (\neg S \vee \neg R) \wedge (S \vee R) \vee K$
  - $R \Rightarrow L \Leftrightarrow \neg R \vee L$
  - $\neg S \Rightarrow \neg L \Leftrightarrow S \vee \neg L$
- Konjunktion der fünf Teilaussagen liefert:

$$(R \vee (K \wedge S) \vee (\neg K \wedge \neg S)) \wedge (\neg K \vee R \wedge L) \wedge$$
$$((\neg S \vee \neg R) \wedge (S \vee R) \vee K) \wedge (\neg R \vee L) \wedge (S \vee \neg L)$$

- Nach mehrfacher Anwendung der Booleschen Gesetze (Vorsicht: ziemlich lange Rechnung) folgt die einfache Aussage: $\mathbf{R} \wedge \mathbf{K} \wedge \mathbf{S} \wedge \mathbf{L}$
- Übersetzung in die Umgangssprache: Morgen wird es regnen, kalt sein, es wird stürmen und die Luftfeuchtigkeit wird hoch sein.